

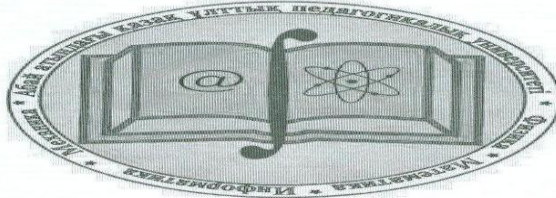


Серия «Физико-математические науки» • Журнал «Физико-математические науки»

ISSN 1728-7901

Абай атындағы  
Қазақ ұлттық педагогикалық университеті  
Казахский национальный педагогический  
университет имени Абая

# ХАБАРШЫ ВЕСТНИК



№ 1 (53)  
2016

АЛМАТЫ

АБСТРАКТ

### Хабаршы • Вестник

«Физико-математика ғылымдары» сериясы • Серия «Физико-математические науки»,  
№ 1 (53) - 2016

**Abstract.** The students at geometry lessons perceive the studied material only in an abstract manner, having no possibility for visual imagination. That is why, in current highly – developed era of information technologies, a contradiction arises between the need for forming a geometric apparatus with the use of computer technologies and the lack of methods of teaching for this purpose. The contradictions arisen form the actuality for this article. As the result of research we aim to increase the students' interest for the subject, form the geometric knowledge apparatus, and define didactic possibilities of using computer graphics and form the learning activities of students in educational process.

**Keywords:** Knowledge apparatus, space, 3d max program, axonometric projecting, 3D – objects.

УДК 53.072; 53:681.3

Т.А. Шмыгалева, С.А. Адилжанова, Б.К. Алмбаева, Ф.С. Телгожаева

## ВЛИЯНИЕ ЧИСЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ И ГЛУБИНЫ ПРОНИКНОВЕНИЯ НА ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КАСКАДНО - ВЕРОЯТНОСТНЫХ ФУНКЦИЙ

(С.Алматы, Казахский национальный университет им. аль-Фараби)

**Аннотация.** Работа посвящена определению реальных областей результатов каскадно-вероятностных функций (КВФ) с учетом потерь энергии для ионов в зависимости от числа взаимодействий и глубины проникновения частиц, облученных различными ионами. Изучены закономерности, возникающие при расчетах КВФ, от атомного номера падающей частицы и ионизации, первоначальной энергии первичной частицы, глубины проникновения. Выявлены закономерности поведения иона для расчета КВФ в зависимости от различных параметров. Расчеты проведены для различных нестационарных частиц и ионизации периодической системы Менделеева в интервале энергий 100 – 1000 кэВ. Результаты расчетов представлены в виде таблиц.

**Ключевые слова:** Каскадно-вероятностная функция, число взаимодействий, глубина проникновения, падающая частица, ион, ионизация, первоначальная энергия.

Для того, чтобы рассчитать каскадно-вероятностную функцию с учетом потерь энергии для ионов в зависимости от числа взаимодействий, необходимо найти область определения результата. Как было показано в работе [1], физический смысл имеет результат от  $A_1 \cdot 10^{-10}$  до  $A_2 \cdot 10^{-10}$ , где  $A_1, A_2$  – действительные числа. В найденной области КВФ сначала возрастает, достигая максимума, и затем начинает убывать.

Отметим некоторые закономерности поведения области результата при изменении числа взаимодействий частиц.

1. Находится значение параметра  $h/\lambda = n$ , где  $h$  – глубина проникновения частиц,  $\lambda$  – пробег взаимодействия,  $n$  – число взаимодействий. При малом атомном весе падающей частицы и малых глубинах максимальное значение КВФ достигается примерно при  $h/\lambda$ . С увеличением глубины наблюдения область результата начинает смещаться влево от соответствующего  $h/\lambda$  и сужаться. Например, для азота и углерода в отличие максимальное значение КВФ находится вблизи  $h/\lambda$ , затем начинает смещаться влево. Процент смещения правой границы области результата всегда уменьшается, а левой границы области колеблется.

**МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӨДІСТЕМЕСІ**  
**МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӨДІСТЕМЕСІ**  
**МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӨДІСТЕМЕСІ**

2. С увеличением первоначальной энергии (налетающей частица и мишень одна и та же) при одной и той же глубине область результата также сужается и смещается влево.

3. С увеличением атомного веса налетающей частицы область нахождения результата смещается влево относительно  $h/\lambda$  и сужается. Зависимость процента смещения правой границы области результата от атомного веса всегда убывающая, смещения левой границы – колеблющаяся.

4. При большом атомном весе налетающей частицы максимальное значение КВФ смещается влево относительно  $h/\lambda$  уже при малых глубинах, а при больших глубинах результат находится в узкой области (меньше 1%, серебро, золото).

5. Самая узкая область результата получается при большом атомном весе налетающей частицы и малой мишени на конце пробега и достигает сотых долей процентов. При этом время счета сильно растет. Например, для золота в кремнии при  $E_0 = 1000$  кэВ и  $h = 0,001$  см, область результата сужается до 0,09%.

В таблицах 1,2 приведены зависимости процента смещения левой и правой границ области результата от числа взаимодействий для различных налетающих частиц и мишеней. Под процентом смещения левой и правой границ области результата понимается значение, соответствующее смещению от  $h/\lambda$  влево или вправо (в процентах).  $B_1$  – процент смещения левой границы области,  $B_2$  – правой границы области,  $B_3$  – процент внутренней области результата,  $N_n$  – шаг для расчета.

Таблица 1. Зависимость процента смещения левой и правой границ области результата от числа взаимодействий для алюминия в алюминии:  
 а)  $E_0 = 1000$  кэВ; б)  $E_0 = 500$  кэВ; в)  $E_0 = 100$  кэВ

$h \cdot 10^5$ , см	$B_1$ , %	$B_2$ , %	$N_n$	$B_3$ , %
10	25	-8,67	74	16,33
15	32,29	-21,86	85	10,43
20	41,52	-34,15	100	7,37
25	50,75	-46,44	130	4,7
30	60,00	-58,73	160	2,76
35	69,25	-71,02	220	0,49

$h \cdot 10^4$ , см	$B_1$ , %	$B_2$ , %	$N_n$	$B_3$ , %
1	24	23,33	30	47,33
5	22	-6	70	16
9	32	-2,1	100	9,9
13	46	-40	140	6
17	63,8	-63	180	2,8
19	80,25	-79	200	1,25

$h \cdot 10^3$ , см	$B_1$ , %	$B_2$ , %	$N_n$	$B_3$ , %
10	21	-2,91	70	18,09
15	26	-13	90	13
20	32,3	-23,3	115	9,3
25	40,5	-33	130	7,5
30	49,73	-47,5	150	4,98
35	61,75	-58,6	160	3,15
40	77,93	-76,5	180	1,43

**Хабаршы • Вестник**

«Физико-математика ғылымдары» сериясы • Серия «Физико-математические науки», №1 (53) -2016

Таблица 2. Зависимость процента смещения левой и правой границ области результата от числа взаимодействий для золота в золоте:  
 а)  $E_0 = 1000$  кэВ; б)  $E_0 = 500$  кэВ; в)  $E_0 = 100$  кэВ

$h \cdot 10^6$ , см	$B_1$ , %	$B_2$ , %	$N_n$	$B_3$ , %
10	31,11	-27	220	4,11
15	42,25	-39,6	350	2,65
20	53,82	-52,3	450	1,52
25	67,36	-66,55	550	0,81
30	87,84	-87,63	900	0,21

$h \cdot 10^5$ , см	$B_1$ , %	$B_2$ , %	$N_n$	$B_3$ , %
10	48,3	-46,5	400	1,8
12	57,8	-56,6	500	1,2
14	68,95	-68,2	600	0,75
16	84,5	-84,23	1100	0,27

$h \cdot 10^7$ , см	$B_1$ , %	$B_2$ , %	$N_n$	$B_3$ , %
10	16,5	-11,7	250	4,8
15	22,7	-19,1	270	3,6
20	29,3	-26,7	350	2,6
25	36,2	-34	500	2,2
30	43,55	-42,1	600	1,45
35	51,6	-50,5	700	1,1

Таблица 3. Зависимость процента смещения левой и правой границ области результата от атомного номера налетающей частицы, мишень – золото:  
 а)  $E_0 = 1000$  кэВ,  $h = 0,00003$  см; б)  $E_0 = 1000$  кэВ,  $h = 0,00005$  см;  
 в)  $E_0 = 500$  кэВ,  $h = 0,00001$  см; г)  $E_0 = 500$  кэВ,  $h = 0,00005$  см;  
 д)  $E_0 = 100$  кэВ,  $h = 0,000005$  см

Элементы	Ti	Cu	Ag	Au
A	47,88	63,54	107,87	196,967
$B_1$ , %	-1	-24	-41,8	-87,63
$B_2$ , %	25	35	46,5	87,84

Элементы	N	Si	Ti	Cu
A	14,0067	28,086	47,88	63,54
$B_1$ , %	48	5	-17	-54,5
$B_2$ , %	52	30	33	58,5

**МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӨДІСТЕМЕСІ**  
**МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӨДІСТЕМЕСІ**  
**МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӨДІСТЕМЕСІ**

Элементы	N	Si	Ti	Cu	Ag	Au
A	14,0067	28,086	47,88	63,54	107,87	196,967
$B_1$ , %	46	15	10	-24	-46,3	-48,3
$B_2$ , %	54	22	27	27	31,5	48,3

Элементы	N	Si	Ti	Cu
A	14,0067	28,086	47,88	63,54
$B_1$ , %	29	20	-81,5	2,2
$B_2$ , %	47	42	83,5	4,7

Элементы	N	Si	Ti	Cu
A	14,0067	28,086	47,88	63,54
$B_1$ , %	5	1	-3	-34
$B_2$ , %	25	35	36	41

Таблица 4. Зависимость процента смещения левой и правой границ области результата от атомного номера мишени, налетающая частица – медь:  
 а)  $E_0 = 1000$  кэВ,  $h = 0,00005$  см; б)  $E_0 = 500$  кэВ,  $h = 0,00003$  см;  
 в)  $E_0 = 100$  кэВ,  $h = 0,000005$  см; г)  $E_0 = 100$  кэВ,  $h = 0,00001$  см

Элементы	Cu	Ag	Au
A	63,54	107,87	196,967
$B_1$ , %	7	-5	-54,5
$B_2$ , %	12	19	58,5

Элементы	Cu	Ag	Au
A	63,54	107,87	196,967
$B_1$ , %	-7	-10	-54
$B_2$ , %	20	22	59

Элементы	Ag	Au
A	107,87	196,967
$B_1$ , %	-8	-34
$B_2$ , %	20	41

Элементы	Ti	Cu	Ag
A	47,88	63,54	107,87
$B_1$ , %	10	12	1
$B_2$ , %	15	24	27



Поскольку  $h/\lambda$  может быть очень большим (десятки миллионов), то значения КВФ, рассчитанные с шагом 1, практически не будут отличаться друг от друга и время счета будет очень большое (более двух часов). За шаг берется некоторое значение  $N_h$ , которое прибавляется к текущему  $n$ , и КВФ вычисляется при  $n, n+N_h, n+2N_h, \dots$ . Таким образом, для расчета КВФ необходимо найти не только область определения результата, но и выбрать шаг. При выборе шага имеют место следующие закономерности.

результата

1. Для малого атомного веса налетающей частицы и малых глубин шаг мал (примерно 10-20), с увеличением глубины наблюдения он начинает возрастать.
  2. С увеличением атомного веса налетающей частицы шаг соответственно увеличивается, достигая нескольких сотен и даже тысяч.
  3. При большом атомном весе налетающей частицы и малой мишени шаг очень сильно увеличивается.
  4. С уменьшением энергии (налетающая частица и мишень одна и та же) шаг также увеличивается.
  5. Зависимость шага от глубины наблюдения для любой налетающей частицы и любой мишени возрастающая.
- Для расчета КВФ с учетом потерь энергии [1] в зависимости от глубины проникновения необходимо найти область определения функции. Физический смысл при этом имеет результат от  $A \cdot 10^{-10}$  до  $B \cdot 10^{-10}$ , где  $A$  и  $B$  действительные числа. Необходимо в этом случае найти интервал  $(h_n, h_k)$ , в котором будет рассчитываться КВ-функция. Отметим некоторые закономерности, возникающие при нахождении реальной области определения.
1. Как показывают расчеты, при малом атомном весе налетающей частицы и наибольших глубинах область результата КВФ в зависимости от  $h$  находится вблизи  $h$ , которое соответствует  $h/\lambda$ . С увеличением глубины наблюдения область результата смещается и сужается.
  2. С уменьшением первоначальной энергии частицы (налетающая частица и мишень одна и та же) при одной и той же глубине наблюдения область результата смещается вправо и сужается.
  3. С увеличением глубины наблюдения для любой налетающей частицы и любой мишени область результата смещается вправо и процент внутренней области уменьшается. Процент смещения левой границы области уменьшается, иногда на конце пробега немного увеличивается. Правая граница области колеблется, на конце пробега уменьшается, однако процент внутренней области результата всегда уменьшается.
  4. В зависимости от атомного номера налетающей частицы при одном и том же шаге глубины  $h$  область результата смещается вправо, и процент внутренней области уменьшается, для тяжелых элементов (например, золото) начинается смещение области влево. Процент смещения левой границы области уменьшается, для тяжелых элементов немного увеличивается, процент смещения правой границы области колеблется.
  5. При большом значении атомного номера налетающей частицы область результата смещается вправо относительно  $h$ , соответствующего  $h/\lambda$  уже при малых глубинах.
  6. При большом атомном весе налетающей частицы и мишени на конце пробега область результата очень сильно сужается. Если величина меньше 0,001%, то кривая переходит в прямую. Например, для меди в серебре при  $E=500$  кэВ,  $h/\lambda = 353482$ ,  $C_3=0,00053\%$ .
- Зависимости процента смещения левой и правой границ области результата от глубины проникновения представлены в таблицах 5,6.

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ  
МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Таблица 5. Зависимость процента смещения левой и правой границ области результата от глубины проникновения для железа в титане:  
а)  $E_0 = 1000$  кэВ; б)  $E_0 = 500$  кэВ; в)  $E_0 = 100$  кэВ

$h \cdot 10^5$ , см	$h/\lambda$ , см	$C_1, \%$	$C_2, \%$	$N_h$	$C_3, \%$
5	2357	9,5	17	43	26,5
10	4964	3,3	15,5	62	18,8
20	11100	-4,5	16,5	110	12
30	18884	-11,25	20,5	150	9,25
50	42955	-23	28	300	5
70	94615	-28,92	30,55	1000	1,63
90	284738	-16,287	16,324	35000	0,037

а)

$h \cdot 10^5$ , см	$h/\lambda$ , см	$C_1, \%$	$C_2, \%$	$N_h$	$C_3, \%$
5	5174	3,5	14,5	70	18
10	11584	-4,8	16,5	120	11,7
20	30420	-17,9	24,1	220	6,2
30	66403	-27,66	30,55	500	2,84
40	162423	-25,133	25,61	2900	0,48

б)

$h \cdot 10^5$ , см	$h/\lambda$ , см	$C_1, \%$	$C_2, \%$	$N_h$	$C_3, \%$
1	5399	3	13,8	70	16,8
2	12159	-5,4	16,8	120	11,4
3	20861	-12,5	20,8	160	6,2
4	32475	-18,85	25	225	6,2
5	48740	-24,55	28,8	325	4,25
6	73130	-28,332	30,85	570	2,68
7	113728	-28,51	29,69	1200	1,15
8	194641	-22,719	22,98	5200	0,29

в)

Таблица 6. Зависимость процента смещения левой и правой границ области результата от глубины проникновения для меди в золоте:  
а)  $E_0 = 1000$  кэВ; б)  $E_0 = 500$  кэВ; в)  $E_0 = 100$  кэВ

$h \cdot 10^5$ , см	$h/\lambda$ , см	$C_1, \%$	$C_2, \%$	$N_h$	$C_3, \%$
1	2607	2,3	23,5	45	25,8
2	6525	-11,5	25,5	90	14
3	12838	-22,1	30,5	160	8,4
4	24281	-28,65	32,8	350	4,15
5	50309	-26,14	27,1	1500	0,96
6	160642	-10,45085	10,4531	600000	0,00225

а)

$h \cdot 10^6$ , см
5
10
15
20
25
30
35

$h \cdot 10^6$ , см
1
2
3
4
5
6

Здесь - процент в зависимости от атомного н

Таблица 7. от  $h$  от атомной мишени - м

Элементы
A
$C_1, \%$
$C_2, \%$

Элементы
A
$C_1, \%$
$C_2, \%$

Элементы
A
$C_1, \%$
$C_2, \%$



$h \cdot 10^6$ , см	$h/\lambda$ , см	$C_1$ , %	$C_2$ , %	$N_h$	$C_3$ , %
5	1897	4,6	25,5	35	30,1
10	4636	-8,7	27	70	18,3
15	8702	-18,6	30	120	11,4
20	15042	-26	33	200	7
25	25784	-29,85	33,5	400	4
30	46915	-27,72	28,9	1200	1,18
35	104297	-16,8477	16,92	18000	0,0723

б)

$h \cdot 10^6$ , см	$h/\lambda$ , см	$C_1$ , %	$C_2$ , %	$N_h$	$C_3$ , %
1	2183	3,6	23	40	26,6
2	5276	-8,5	25	75	16,5
3	9608	-17,1	28	120	10,9
4	15689	-23,65	32	175	8,35
5	24353	-28,4	34	275	5,6
6	37065	-31,3	35	400	3,7

в)

Здесь  $C_1$  - процент смещения левой границы области от  $h$ ,  $C_2$  - правой границы,  $C_3$  - процент внутренней области результата,  $N_h$  - шаг для расчета.  
Зависимости процента смещения левой и правой границ области результата от атомного номера налетающей частицы и мишени приведены в таблицах 7,8.

Таблица 7. Зависимость процента смещения левой и правой границ области результата от  $h$  от атомного номера налетающей частицы: а)  $E_0=500$  кэВ;  $h=0,0005$ ; мишень - алюминий; б)  $E_0=1000$  кэВ;  $h=0,0001$ ; мишень - серебро; в)  $E_0=500$  кэВ,  $h=0,0001$  см; мишень - медь

Элементы	N	Si	Ar	Ge	Ag	Au
A	14,0067	28,086	39,948	72,59	107,87	196,967
$C_1$ , %	9,1	-2,85	-7,29	-21,87	-30,42	-18,4049
$C_2$ , %	27	14,5	15,8	24,4	31,1	18,4125

а)

Элементы	N	Si	Ti	Cu	Ag
A	14,0067	28,086	47,9	63,54	107,87
$C_1$ , %	28	1,8	-12,35	-20,9	-2,5
$C_2$ , %	60	27	24,8	27,2	25,2

б)

Элементы	N	Ti	Ag
A	14,0067	47,88	107,87
$C_1$ , %	10,5	-10,2	-30,57
$C_2$ , %	44	20,2	31,65

в)

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӨДІСТЕМЕСІ  
МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Таблица 8. Зависимость процента смещения левой и правой границ области результата от атомного номера мишени, налетающая частица - серебро при  $E_0=1000$  кэВ,  $h=0,0001$  см

Элементы	Si	Ti	Cu	Ag
A	28,0855	47,88	63,546	107,87
$C_1$ , %	-0,3	-6,5	-20	-15
$C_2$ , %	7	13,5	22	15

В зависимости от атомного номера мишени процент смещения левой и правой границ области колеблется.

Для расчета КВФ в найденной области необходимо задать шаг. Для данного случая за шаг бралось некоторое значение  $N_h$ , которое прибавлялось к текущему  $h$  и КВФ в этом вычислялось при  $h$ ,  $h+N_h$ ,  $h+2N_h$  . . . Отметим некоторые закономерности поведения шага.

1. Для малого атомного веса налетающей частицы шаг мал, с увеличением глубины наблюдения он увеличивается, причем на конце пробега очень сильно.
2. С уменьшением первоначальной энергии частицы при одной и той же глубине наблюдения (налетающая частица и мишень одна и та же) шаг также увеличивается.
3. С увеличением атомного веса налетающей частицы для одной и той же глубины наблюдения шаг увеличивается сначала постепенно, затем очень резко.
4. Зависимость шага от атомного номера имеет тенденцию возрастания.

1. Э.Г. Боос, А.А.Купчишин, А.И.Купчишин, Е.В. Шмыгалев, Т.А.Шмыгалева. Каскадно-вероятностный метод, решение радиационно-физических задач, уравнений Больцмана. Связь с цепями Маркова. Монография. Алматы: КазНПУ им. Абая, НИИ НХТ и М. КазНУ им. аль-Фараби. 2015 г. - 388 с.

**Аңдатпа.** Жұмыс әртүрлі иондар саулелендірілген болшектердің ену тереңдігі байланысты иондардың энергия шығынын ескере отырып, каскадты-ықтималдық функцияларының нақты нәтижелерін анықтау үшін арналған. Каскадты-ықтималдық функцияларының есеп айырысу нәтижесінде пайда уәзглері, түсетін болшектер мен мишень атом саны, бастапқы болшектердің бастапқы энергетикалық ену тереңдігі табылды. Түрлі параметрлеріне байланысты каскадты-ықтималдық функцияларының есептеу қажетті заңдылықтары анықталды. Есептеулер оқиға болшектердің түрлі орындалған және 100 - 1000 кэВ энергетикалық ауқымы мерзімді жүйесті үшін келтірілген. Нәтижелері кесте түрінде ұсынылады.  
**Түйін сөздер:** каскадты - ықтималдық функциясы, өзара саны, ион, мақсатты бастапқы энергия

**Abstract.** The work is dedicated to the definition of actual results pane cascade-probability functions (HPF), taking into account energy losses of ions depending on the number of interactions and the penetration depth of the particles irradiated by different ions. Found patterns resulting from settlement CRF, the atomic number of the incident particle and the target, the initial energy of the primary particles, the depth of penetration. The regularities of the behavior of the step for calculating the CRF according to different parameters. The calculations were performed for a variety of incident particles and target the periodic system in the energy range 100 - 1000 keV. Results are presented in tabular form.